

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI  
šk. godina 2012./2013.

Zaporka:

**ZADATCI ZA TEORIJSKI DIO NATJECANJA - RJEŠENJA**

**Naputak za natjecatelje:**

1. Raspoloživo vrijeme za rad je 100 minuta.
2. Rješenja upisati u za to predviđenu tablicu kemijskom olovkom. Upisani rezultati moraju proizlaziti iz priloženog postupka izrade, u suprotnom učenik za taj dio dobiva 0 bodova.
3. Dopuštena je uporaba kalkulatora.
4. Dopuštena je uporaba udžbenika odobrenih od Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta.
5. Nije dopuštena uporaba zbirki zadataka.
6. Nije dopuštena uporaba mobitela.
7. Pažljivo čitajte zadatke!

**S R E T N O !**

Mogući broj bodova:      **50**

Učinak:

Potpis članova prosudbenog povjerenstva :

1. \_\_\_\_\_

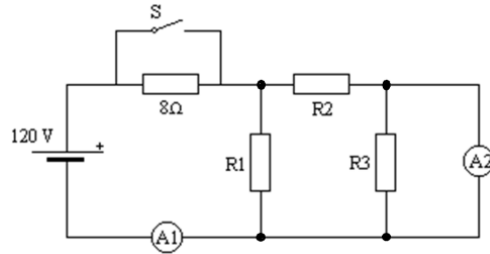
2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Našice, 25. i 26. travnja 2013.

**Zadatak 1:**

Ampermetri A1 i A2 su zanemarivog otpora i mjere, uz zatvorenu sklopku S, struje:  $I_{A1} = 10\text{ A}$ ,  $I_{A2} = 1\text{ A}$ , kolike će struje oni mjeriti kad se sklopka otvori?



Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$R_2$	120 Ω	2	
$I_{R1}$	9 A	1	
$R_1$	13,33 Ω	1	
$R_{UK}'$	20 Ω	1	
$U_{12}$	72 V	1	
$I_{A1}'$	6 A	2	
$I_{A2}'$	0,6 A	2	
<b>UKUPNO BODOVA</b>		<b>10</b>	

**Rješenje 1:**

Uz zatvorenu sklopku:  $I_{A2} = \frac{E}{R_2}$

$$R_2 = \frac{E}{I_{A2}} = \frac{120V}{1A} \quad R_2 = 120\Omega \quad I_{R1} = I_{A1} - I_{A2} = 9A \quad R_1 = \frac{E}{I_{R1}} = 13,33\Omega$$

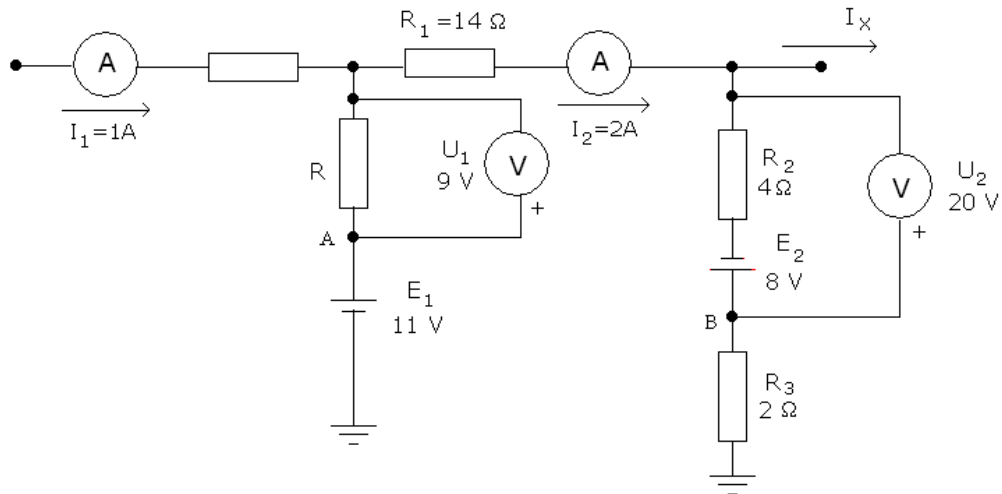
Kada se **sklopka otvori** ukupni otpor biti će:

$$R_{uk}' = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + 8\Omega = \frac{120\Omega \cdot 13,33\Omega}{120\Omega + 13,33\Omega} + 8\Omega = 20\Omega \quad I_{A1}' = \frac{E}{R_{uk}'} = \frac{120V}{20\Omega} = 6A$$

$$E = U_{8\Omega} + U_{12} \quad U_{12} = 120V - 6A \cdot 8\Omega = 72V \quad I_{A2}' = \frac{U_{12}}{R_2} = 0,6A$$

### Zadatak 2:

Nađi otpor  $R$ , struju  $I_x$  i napon  $U_{AB}$ .



Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$R$	$9 \Omega$	2	
$\varphi_A$	$11 \text{ V}$	2	
$I_{R23}$	$3 \text{ A}$	2	
$\varphi_B$	$-6 \text{ V}$	2	
$U_{AB}$	$17 \text{ V}$	1	
$I_x$	$5 \text{ A}$	1	
<b>UKUPNO BODOVA</b>		<b>10</b>	

### Rješenje 2:

$$I_R = I_2 - I_1 = 1 \text{ A} \quad \text{struja } I_R \text{ ima smjer } \uparrow \quad R = \frac{U_1}{I_R} = \frac{9 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 9 \Omega \quad E_2 = U_2 - I_{R23} \cdot R_2$$

$$I_{R23} = \frac{U_2 - E_2}{R_2} = \frac{20 - 8}{4} = \frac{12}{4} = 3 \text{ A} \quad \text{struja } I_{R23} \text{ ima smjer } \uparrow$$

$$\varphi_A = E_1 = 11 \text{ V}$$

$$\varphi_B = -I_{R23} \cdot R_3 = -3 \cdot 2 = -6 \text{ V}$$

ili

$$\varphi_B = \varphi_A - I_R \cdot R - I_2 \cdot R_1 + I_{R23} \cdot R_2 + E_2 = 11 - 9 - 28 + 12 + 8 = -6 \text{ V}$$

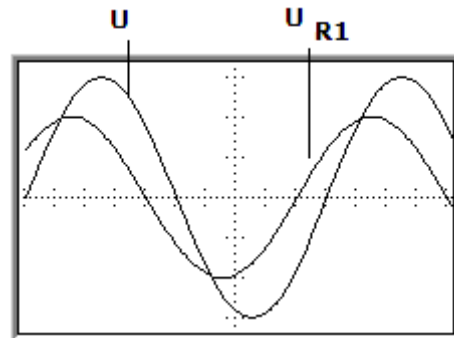
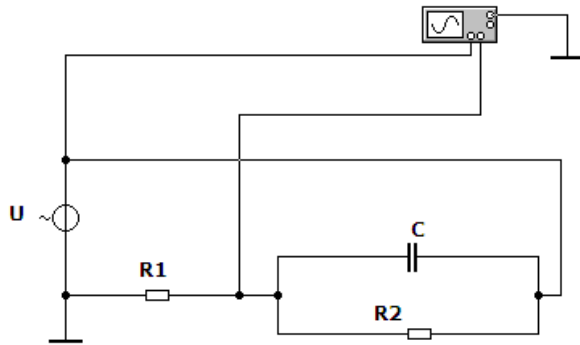
$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = 11 - (-6) = 17 \text{ V}$$

$$I_x = I_2 + I_{R23} = 2 \text{ A} + 3 \text{ A} = 5 \text{ A}$$

### Zadatak 3:

Strujni krug se sastoji od otpornika  $R_1$  i  $R_2$  i kondenzatora  $C$ , a priključeni su na izmjenični izvor  $U$ . Napon izvora  $U$  prikazan je na A kanalu, a napon  $U_{R1}$  na otporniku  $R_1$  na B kanalu osciloskopa.

$$R_1 = 2.5 \, \Omega \quad R_2 = 11 \, \Omega$$



Zadane postavke osciloskopa:  
 Vremenska baza 2ms/div  
 kanal A 5V/div  
 kanal B 2V/div

Odredi:

- napon i frekvenciju izvora
- fazni kut  $\varphi$
- jakost struje kroz otpor  $R_1$
- jakost struje kroz otpor  $R_2$
- jakost struje kroz kondenzator  $C$
- vrijednost kondenzatora  $C$

### Rješenje:

Veličina	Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
		Rezultat		
$U$		10,6 V	1	
$f$		50 Hz		
$\varphi$		$\varphi = -36^\circ$	2	
$I_{R1}$		1.13 A	1	
$I_{R2}$		0.77A	2	
$I_C$		0.84 mA	2	
$C$		316 $\mu$ F	2	
<b>UKUPNO BODOVA</b>			<b>10</b>	

### Rješenje 3:

Iz prikaza na osciloskopu dobiva se :

$$U = \frac{Um}{\sqrt{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}} = 10.6[V]$$

$$T = 20[ms]$$

$$f = 50[Hz]$$

Pomak između napona očitava se iz slike i iznosi 2ms, a to je ujedno i fazni kut .  
Kut je negativan jer je trošilo kapacitivno.

$$t = 2[ms]$$

$$\frac{t}{T} = \frac{\varphi}{360^\circ}$$

$$\varphi = \frac{t}{T} \cdot 360^\circ = -\frac{2}{20} \cdot 360^\circ = -36^\circ$$

$$U_{R1} = \frac{U_{R1m}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2.83[V]$$

$$I_{R1} = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{2.83}{2.5} = 1.13[A]$$

$$Q_C = \sqrt{S^2 - P_{uk}^2} = \sqrt{12^2 - 9.71^2} = 7.09[\text{var}]$$

$$U_{R2} = U_C = I_{R2} \cdot R_2 = 0.77 \cdot 11 = 8.47[V]$$

$$I_C = \frac{Q_C}{U_C} = \frac{7.09}{8.47} = 0.84[mA]$$

$$\cos \varphi = \cos(-36^\circ) = 0.809$$

$$\cos \varphi = \frac{P_{uk}}{S} = \frac{P_1 + P_2}{S}$$

$$S = U \cdot I = 10.6 \cdot 1.13 = 12[VA]$$

$$P_{uk} = S \cdot \cos \varphi = 12 \cdot 0.809 = 9.71[W]$$

$$P_1 = I^2 \cdot R_1 = 1.13^2 \cdot 2.5 = 3.19[W]$$

$$P_2 = P_{uk} - P_1$$

$$P_2 = 6.52[W]$$

$$X_C = \frac{U_C}{I_C} = \frac{8.47}{0.84} = 10.08[\Omega]$$

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 10.08} = 316[\mu F]$$

$$I_{R2} = \sqrt{\frac{P_2}{R_2}} = \sqrt{\frac{6.52}{11}} = 0.77[A]$$

#### Zadatak 4:

Kroz impedanciju  $Z$  priključenu na izvor napona  $u(t) = 100\sqrt{2} \cdot \sin\left(1256 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$  V teče struja efektivne vrijednosti 10 A. U trenutku  $t = 0.2$  ms struja postiže vrijednost 11 A. Nađi fazni kut struje  $\alpha_I$ . Ako je impedancija paralelni spoj omskog otpora  $R$  i jednog reaktivnog otpora  $X$ , odredi njihove vrijednosti i karakter reaktivnog otpora. Nađi valne jednadžbe struja  $i_R(t)$  i  $i_X(t)$ . Nacrtaj vektorski dijagram napona i struja (10 V/div, 1 A/div).

Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$\alpha_I$	$36.69^\circ$	2	
$R$	$16.74 \Omega$	2	
$X$	$12.5 \Omega$ induktivni	2	
$i_R(t)$	$6\sqrt{2} \cdot \sin(1256 \cdot t + \pi/2)$ A	1	
$i_L(t)$	$8\sqrt{2} \cdot \sin(1256 \cdot t)$ A	1	
vektorski dijagram	$36.69^\circ$	2	
<b>UKUPNO BODOVA</b>		<b>10</b>	

#### Rješenje 4:

$$i(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(1256 \cdot t + \alpha_I) \text{ A}$$

$$11 = 10\sqrt{2} \cdot \sin(1256 \cdot 0.0002 + \alpha_I)$$

$$\sin(1256 \cdot 0.0002 + \alpha_I) = \frac{11}{10\sqrt{2}} = 0.777817459$$

$$1256 \cdot 0.0002 + \alpha_I = \sin^{-1} 0.777817459 = 0.891185642$$

$$\alpha_I = 0.891185642 - 1256 \cdot 0.0002 = 0.639985642 \text{ rad} = 36.69^\circ$$

$$\varphi = \alpha_U - \alpha_I = 90^\circ - 36.69^\circ = 53.31^\circ$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{10} = 10 \Omega$$

$$Z = 10 \angle 53.31^\circ \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{10 \angle 53.31^\circ} = 0.1 \angle -53.31^\circ \text{ S} = 0.05975 - j0.08 \text{ S}$$

$$G = 0.05975 \text{ S}$$

$$R = \frac{1}{G} = 16.74 \Omega$$

$$B_L = 0.08 \text{ S}$$

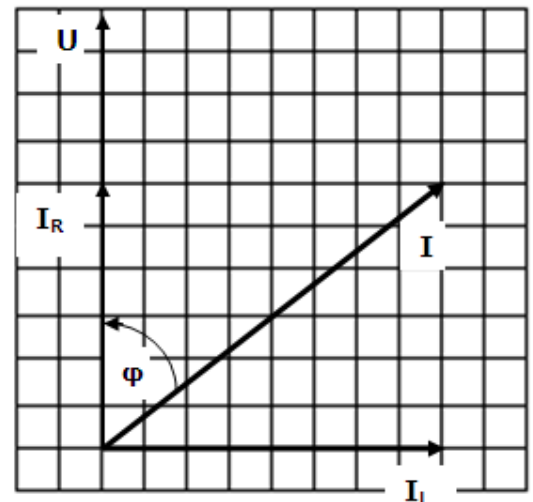
$$X_L = \frac{1}{B_L} = 12.5 \Omega$$

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{100}{16.74} = 5.97 \text{ A} \approx 6 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{100}{12.5} = 8 \text{ A}$$

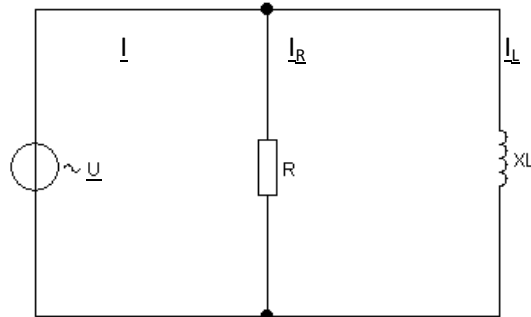
$$i_R(t) = 6\sqrt{2} \cdot \sin\left(1256 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ A}$$

$$i_L(t) = 8\sqrt{2} \cdot \sin(1256 \cdot t) \text{ A}$$



**Zadatak 5:**

Kolike su struje kroz grane spoja sa slike, ukupna struja i udio djelatne snage u prividnoj? Odredite trokut snage. Zadano je:  $\underline{U} = 100|0^\circ$  V,  $R = 100[\Omega]$ ,  $\underline{X}_L = j10[\Omega]$



Zadani krug

Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$\underline{I}_R$	1[A]	1	
$\underline{I}_L$	$10 -90^\circ$ [A]	1	
$\underline{I}$	$10,05 -84,3^\circ$ [A]	1	
<i>trokut snage</i>		1	
$\frac{P}{S} \cdot 100\%$	9,95%	2	
$Q$	1000,031[VAr]	1	
$P$	100 [W]	1	
$\underline{S}$	$1005 84,3^\circ$ [VA]	2	
<b>UKUPNO BODOVA</b>		<b>10</b>	

**Rješenje:**

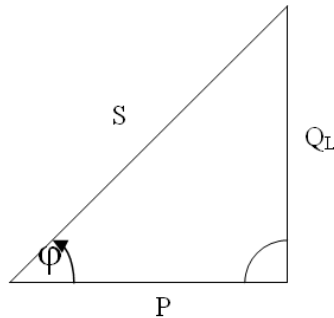
Kako je napon na paralelnoj kombinaciji poznat, struje u svakoj od grana mogu se odrediti iz Ohmovog zakona:

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{100|0^\circ}{100|0^\circ} = 1[A]$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}}{\underline{X}_L} = \frac{100|0^\circ}{10|90^\circ} = 10|-90^\circ = -j10[A]$$

Po prvom Kirchoffovom zakonu mogu se zbrojiti ove dvije struje da se dobije ukupna struja (drugi način bi bio naći ukupni otpor – impedanciju pa je struja ukupni napon podijeljen s impedancijom).

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L = 1 - 10j = 10,05 \angle -84,3^\circ [\text{A}]$$



Slika: Trokut snage

Da bi se odredio udio djelatne u prividnoj snazi potrebno je izračunati faktor snage:

$$\cos \varphi = \frac{G}{Y} = \frac{I_R}{I} = \frac{P}{S}$$

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{1}{10,05} = 0,0995$$

$$P = S \cdot \cos \varphi = 0,0995 \cdot S$$

Udio djelatne snage u prividnoj je svega 0,0995 ili 9,95% od S. Pošto je napon pod kutom od  $0^\circ$ , a struja zastaje za naponom za  $84,3^\circ$ , fazni pomak iznosi  $\varphi = 84,3^\circ$ . Trokut snage određen je poznavanjem prividne snage u kompleksnom obliku ili faktora snage i neke od stranica.

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 100 \angle 0^\circ \cdot 10,05 \angle 84,3^\circ = 1005 \angle 84,3^\circ [\text{VA}]$$

ili ako je potrebno znati djelatnu i jalovu komponentu snage:

$$P = 1005 \cdot \cos 84,3^\circ = 100 [\text{W}]$$

$$Q = 1005 \cdot \sin 84,3^\circ = 1000,031 [\text{VA}_r]$$

Moguć je još i zapis:

$$\underline{S} = P + jQ = 100 + j1000,031 [\text{VA}]$$